



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی
سنجش دوازدهم – جامع نوبت پنجم
(۱۴۰۳/۰۴/۱۲)

علوم ریاضی و فنی

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



@sanjesheducationgroup



@sanjeshserv

کانال‌های ارتباطی:

ریاضیات

۱. گزینه ۲ درست است.

ضابطه تابع را به صورت $y = |a| \sin bx + 1$ می‌نویسیم.

ماکزیمم این تابع $|a| + 1$ و مینیمم آن $-|a| + 1$ است. طبق نمودار داده شده اختلاف این دو مقدار برابر ۴ است.
 $(|a| + 1) - (-|a| + 1) = 4 \Rightarrow 2|a| = 4 \Rightarrow a = \pm 2$

پس نمودار تابع $y = 2 \sin bx + 1$ است. از آنجا که $\frac{-\pi}{3}$ طول اولین ماکزیمم منفی این تابع است، پس داریم:

$$b\left(\frac{-\pi}{3}\right) = \frac{-3\pi}{2} \Rightarrow b = \frac{9}{2}$$

در نتیجه $ab = \pm 9$ است.

۲. گزینه ۴ درست است.

ابتدا از تغییر متغیر $Z = \frac{2x+1}{x+3}$ استفاده می‌کنیم. داریم:

$$Z + \frac{1}{Z} = 6 \Rightarrow Z^2 - 6Z + 1 = 0 \Rightarrow Z_1 + Z_2 = 6 \quad *$$

از آنجا که $x = \beta + 1, x = \alpha + 1$ ریشه‌های معادله اصلی هستند، پس $Z_1 = \frac{2\alpha+3}{\alpha+4}$ و $Z_2 = \frac{2\beta+3}{\beta+4}$ است. در نتیجه

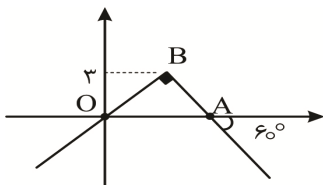
با قرار دادن در * داریم:

$$\frac{2\alpha+3}{\alpha+4} + \frac{2\beta+3}{\beta+4} = 6 \Rightarrow \frac{2\alpha+3}{\alpha+4} - 2 + \frac{2\beta+3}{\beta+4} - 2 = 2$$

$$\frac{-5}{\alpha+4} + \frac{-5}{\beta+4} = 2 \Rightarrow \frac{1}{\alpha+4} + \frac{1}{\beta+4} = \frac{-2}{5}$$

۳. گزینه ۴ درست است.

از آنجا که $\hat{A} = 6^\circ$ است، پس $\hat{BOA} = 3^\circ$ است.



از اینجا می‌فهمیم که معادله نیم خط گذرنده از B و O به فرم است. $y = (\tan 3^\circ)x = \frac{x}{\sqrt{3}}$

است. در نتیجه $x_B = 3\sqrt{3}$

از اینجا با داشتن مختصات $B(3\sqrt{3}, 3)$ می‌توانیم ضابطه نیم خط گذرنده از B با شیب $-\tan 6^\circ = -\sqrt{3}$ را بیابیم که برابر با $y = -\sqrt{3}x + 12$ است. حال داریم:

$$xf(x+1) = \begin{cases} -\sqrt{3}x + 12 & x \geq 3\sqrt{3} \\ \frac{x}{\sqrt{3}} & x < 3\sqrt{3} \end{cases}$$

برای محاسبه $f(-\frac{1}{2})$ مقدار $x = -\frac{3}{2}$ قرار می‌دهیم و داریم:

$$-\frac{3}{2}f(-\frac{1}{2}) = \frac{-\frac{3}{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

و با قراردادن $x = \frac{1}{\sqrt{3}} - 1$ داریم:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - 1\right)f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} - 1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

۴. گزینه ۴ درست است.

روش اول:

از فرض مسئله داریم:

$$\begin{cases} x = r^a \\ x = r^b \end{cases} \Rightarrow r^a = r^b \Rightarrow r = r^{\frac{a}{b}}$$

حال داریم:

$$\log_x^{rf} = \log_x^{r \times r^r} = \log_{r^a} r^{\frac{a}{b}} \times r^r = \log_{r^a} r^{\frac{a+rb}{b}} = \frac{a+rb}{a} \log_r^r = \frac{a+rb}{b}$$

روش دوم:

$$\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$$

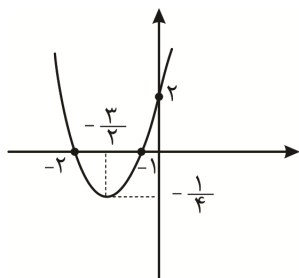
$$\begin{cases} \log_r^x = a \rightarrow \log_x^r = \frac{1}{a} \\ \log_r^x = b \rightarrow \log_x^r = \frac{1}{b} \end{cases}$$

$$A = \log_{rf}^x \rightarrow \frac{1}{A} = \log_x^{rf} = \log_x^{r \times r^r} = \log_x^r + r \log_x^r = \frac{1}{b} + \frac{r}{a} = \frac{a+rb}{ab}$$

$$\Rightarrow A = \log_{rf}^x = \frac{ab}{a+rb}$$

۵. گزینه ۲ درست است.

نمودار $y = x^2 + 3x + 2$ به شکل زیر است:



این نمودار را اگر کمی بیشتر از دو واحد به پایین یا کمی بیشتر از یک واحد به راست انتقال دهیم از چهار ناحیه عبور می کند؛ بنابراین:

$$\min[a^r + b^r] = [4^+ + 1^+] = [5^+] = 5$$

۶. گزینه ۲ درست است.

ابتدا توجه کنید که:

$$f(x) = 3(x-1) + 2; -3 < x-1 \leq 4 \Rightarrow f(x) = 3x-1; -2 < x \leq 5$$

بنابراین $R_f = (-7, 14]$ و $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}$ است. در نتیجه دامنه تابع $y = x + f(x) + f^{-1}(x)$ اشتراک بازه های $(-7, 14]$ و $(-2, 5]$ است. که همان $(-2, 5]$ است.

حال داریم:

$$y = x + 3x - 1 + \frac{x+1}{3}; -2 < x \leq 5$$

$$\Rightarrow y = \frac{13x-2}{3}; -2 < x \leq 5$$

برد این تابع $[-\frac{28}{3}, 21]$ است که شامل ۳۱ عدد صحیح است.

۷. گزینه ۳ درست است.

برای اینکه دنباله صعودی باشد، سه حالت داریم:

$$\text{اگر } a=1, b=2 \text{ باشد } x=3$$

$$\text{اگر } a=1, b=3 \text{ باشد } x=5$$

$$\text{اگر } a=2, b=3 \text{ باشد } x=4$$

بنابراین مجموع مقادیر x برابر ۱۲ است.

۸. گزینه ۴ درست است.

$$\text{فرض کنید } \frac{f(1)+3}{2} = f^{-1}(-5) + 7 = b \text{ باشد، آنگاه داریم:}$$

$$\begin{cases} f(1) = 2b - 3 \\ f^{-1}(-5) = b - 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 + k = 2b - 3 \\ -5 = f(b - 7) = (b - 7)^3 + (b - 7) + k \end{cases}$$

از معادله اول، $k = 2b - 5$ را داریم که با قرار دادن در معادله دوم نتیجه می شود که:

$$-5 = (b - 7)^3 + b - 7 + 2b - 5 \Rightarrow (b - 7)^3 + 3b = 7$$

$$\Rightarrow (b - 7)^3 + 3(b - 7) + 14 = 0 \xrightarrow{b-7=t} t^3 + 3t + 14 = 0 \Rightarrow (t+2)(t^2 - 2t + 7) = 0$$

$$\Delta < 0$$

$$\Rightarrow t = -2 \Rightarrow b - 7 = -2 \Rightarrow b = 5$$

بنابراین داریم:

$$\frac{f(1)+3}{2} = 5 \Rightarrow f(1) = 1 + 1 + k = 7 \Rightarrow k = 5$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + x + 5 \Rightarrow f(k) = f(5) = 125 + 5 + 5 = 135$$

۹. گزینه ۱ درست است.

ابتدا توجه می کنیم که:

$$1) f(f(x)) = \frac{\frac{x+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}x} + \sqrt{3}}{1-\sqrt{3}\left(\frac{x+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}x}\right)} = \frac{-2x+2\sqrt{3}}{-2\sqrt{3}x-2} = \frac{x-\sqrt{3}}{x\sqrt{3}+1}$$

$$2) f(f(f(x))) = f\left(\frac{x-\sqrt{3}}{x\sqrt{3}+1}\right) = \frac{\frac{x-\sqrt{3}}{x\sqrt{3}+1} + \sqrt{3}}{1-\sqrt{3}\left(\frac{x-\sqrt{3}}{x\sqrt{3}+1}\right)} = \frac{4x}{4} = x$$

بنابراین $f(f(f(x))) = x$ است. این یعنی داریم:

$$a_{n+3} = f(a_{n+2}) = f(f(a_{n+1})) = f(f(f(a_n))) = a_n$$

بنابراین $a_1 = a_4 = a_7 = a_{10} = a_{13}$ می توانیم a_7 را محاسبه کنیم:

$$a_7 = f(a_4) = f(2 - \sqrt{3}) = \frac{2 - \sqrt{3} + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}(2 - \sqrt{3})} = \frac{2}{4 - 2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

و گزینه اول صحیح است.

۱۰. گزینه ۲ درست است.

به کمک قوانین بسط توابع مثلثاتی داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\sin 5^\circ}{\cos 1^\circ} + 2 \sin 2^\circ - 2 \sin 4^\circ &= \frac{\sin 5^\circ - 2 \sin 4^\circ \cos 1^\circ + 2 \sin 2^\circ \cos 1^\circ}{\cos 1^\circ} \\ &= \frac{\sin 1^\circ \cos 4^\circ - \sin 4^\circ \cos 1^\circ - \sin 3^\circ}{\cos 1^\circ} \\ &= \frac{\sin 4^\circ \cos 1^\circ + \sin 1^\circ \cos 4^\circ - 2 \sin 4^\circ \cos 1^\circ + 2 \sin 2^\circ \cos 1^\circ}{\cos 1^\circ} \\ &= \frac{2 \sin 2^\circ \cos 1^\circ - \sin 3^\circ}{\cos 1^\circ} = \frac{2 \sin 2^\circ \cos 1^\circ - \sin 2^\circ \cos 1^\circ - \sin 1^\circ \cos 2^\circ}{\cos 1^\circ} \\ &= \frac{\sin 2^\circ \cos 1^\circ - \sin 1^\circ \cos 2^\circ}{\cos 1^\circ} = \frac{\sin 1^\circ}{\cos 1^\circ} = \tan 1^\circ \end{aligned}$$

در پرانتز دوم داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\sin 5^\circ - 2 \sin 1^\circ \cos 4^\circ - 2 \sin 1^\circ \cos 2^\circ}{\sin 1^\circ} &= \frac{\sin 3^\circ - 2 \sin 1^\circ \cos 2^\circ}{\sin 1^\circ} \\ &= \frac{\sin 1^\circ}{\sin 1^\circ} = 1 \end{aligned}$$

پس پاسخ مسئله $\tan 1^\circ$ است.

۱۱. گزینه ۴ درست است.

ابتدا دقت کنید که $f(3/5) = 4$ و $f(3/5) = f(f(4)) = 6$ است؛ بنابراین:

$$\begin{aligned} (f(f(x)))'_{x=3/5} &= f'(3/5)f'(f(3/5)) = f'(3/5)f'(4) \\ (f(f(x)))'_{x=4} &= f'(4)f'(f(4)) = f'(4)f'(6) \end{aligned}$$

حال با مشتق گیری از رابطه داده شده، داریم:

$$(f(f(x)))' = \frac{-10}{(x-1)^2} \Rightarrow \begin{cases} (f(f(x)))'_{x=3/5} = \frac{-8}{5} \\ (f(f(x)))'_{x=4} = \frac{-10}{9} \end{cases}$$

با ضرب این مقادیر داریم:

$$f'(3/5)f'(6)(f'(4))^2 = \left(-\frac{8}{5}\right)\left(\frac{-10}{9}\right) = \frac{16}{9}$$

۱۲. گزینه ۲ درست است.

از آنجا که $y = ax + 2$ در $(1, 5)$ بر $y = f(x+1) + x$ مماس است، دو نتیجه می گیریم:

$$\begin{cases} 5 = a + 2 \\ 5 = f(2) + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 4 \\ a = 3 \end{cases}$$

بنابراین شیب خط مماس بر $y = f(x+1) + x$ برابر ۳ است:

$$(f'(x+1) + 1)_{x=1} = 3 \Rightarrow f'(2) + 1 = 3 \Rightarrow f'(2) = 2$$

حال نقطه تماس بر $y = f(2x)$ را پیدا می کنیم. این نقطه $(2, 4) = (2, f(2))$ است. شیب خط مماس نیز برابر است با:

$$(2f'(2x))_{x=1} = 2f'(2) = 4$$

پس معادله خط مماس می شود.

$$y - 4 = 4(x - 2) \Rightarrow y = 4x - 4$$

در نتیجه عرض از مبدأ -۴ است.

۱۳. گزینه ۳ درست است.

ابتدا توجه کنید که $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ است، اما از روی نمودار این مقدار برابر با ۳ است. پس $a = 3$ و بنابراین:

$$f(0) = a - 1 \Rightarrow f(0) = 2 \Rightarrow \frac{c}{c} = 2 \Rightarrow c = 3$$

از طرفی $f'(0) = 0$ است. بنابراین:

$$f(x) = \frac{3x^2 + bx + c}{x^2 + 3} \Rightarrow f'(x) = \frac{(6x + b)(x^2 + 3) - 2x(3x^2 + bx + c)}{(x^2 + 3)^2}$$

$$\Rightarrow f'(0) = \frac{3b}{9} = \frac{b}{3} = 0 \Rightarrow b = 0$$

بنابراین:

$$\frac{a}{c} + b = \frac{3}{3} + 0 = 1$$

۱۴. گزینه ۱ درست است.

می‌دانیم $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax + 3}{x + 4} = a$ است. اگر a صحیح نباشد، داریم:

$$[a] = 5 \Rightarrow 5 < a < 6$$

اگر a صحیح باشد، باید ۵ یا ۶ باشد؛ پس داریم:

$$a = 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{5x + 3}{x + 4} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[5 - \frac{17}{x + 4} \right] = [5] = 4$$

پس $a = 5$ در شرط مسئله صدق نمی‌کند.

$$a = 6 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{6x + 3}{x + 4} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[6 - \frac{21}{x + 4} \right] = [6] = 5$$

پس $a = 6$ در شرط مسئله صادق است. لذا $a \in (5, 6]$ است.

۱۵. گزینه ۴ درست است.

برای یکنوایی داریم:

$$f'(x) = 3x^2 - 2x - 1 = (x - 1)(3x + 1)$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|c|c} -\frac{1}{3} & 1 & \\ \hline + & - & + \\ \hline \nearrow & \searrow & \nearrow \end{array}$$

اما برای جهت تقعر داریم:

$$f''(x) = 6x - 2 = 2(3x - 1) \Rightarrow \begin{array}{c|c} \frac{1}{3} & \\ \hline - & + \\ \hline \cap & \cup \end{array}$$

در بازه $(\frac{1}{3}, 1) \cap (-\frac{1}{3}, 1) = (\frac{1}{3}, 1)$ هم f نزولی است هم تقعر رو به بالا است.

۱۶. گزینه ۴ درست است.

تابع f همواره وارون‌پذیر است. پس وارون‌پذیری $f \circ g$ هم معنی با وارون‌پذیری $g(x)$ است. اما تابع $g(x)$ فقط در بازه‌هایی وارون‌پذیر است که یکنوا باشد:

$$g'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3)$$

$$= 3(x-3)(x-1) \Rightarrow$$

پس اگر اعداد ۱ یا ۳ در بازه $(a-3, 2a+1)$ قرار داشته باشند، آنگاه $g(x)$ وارون پذیر نیست:

$$\begin{aligned} a-3 < 1 < 2a+1 &\Rightarrow 0 < a < 4 \\ a-3 < 3 < 2a+1 &\Rightarrow 1 < a < 6 \end{aligned}$$

۱۷. گزینه ۳ درست است.

$$(f+g)(1) = f(1) + g(1) = 5 + a + 1 = a + 6$$

ابتدا توجه کنید که حالا حد راست و چپ می گیریم:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (3x+2) + \left(\frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{x+3}-1} \right)$$

$$= 5 + \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{\sqrt{x+3}-1} = 5 + 12 = 17$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{bx^2 - b}{x-1} + a + x = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2bx}{1} + a + 1 = 2b + a + 1$$

بنابراین باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} a+6=17 \\ 2b+a=16 \end{cases} \Rightarrow a=11 \text{ و } b=2/5 \Rightarrow a^2 - 4b^2 = 121 - 25 = 96$$

۱۸. گزینه ۴ درست است.

طول اضلاع قاعده را x و ارتفاع را y می نامیم. طبق فرض سؤال داریم:

$$4x + y = 12 \Rightarrow y = 12 - 4x$$

و می خواهیم ماکزیمم مطلق تابع زیر را بیابیم:

$$\text{حجم} = x^2 y = x^2 (12 - 4x) \Rightarrow f(x) = 12x^2 - 4x^3$$

$$\Rightarrow f'(x) = 24x - 12x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = 2$$

$x = 0$ بی معنی است؛ پس $x = 2$ است و داریم:

$$f(2) = 12(4) - 4(8) = 48 - 32 = 16$$

۱۹. گزینه ۲ درست است.

از آنجا که $a, b \in \mathbb{Z}$ هستند، پس عبارت داخل جزء صحیح عددی صحیح است.

بنابراین برای اینکه حد دو طرفه برابر با ۶ باشد، باید داشته باشیم:

$$-2x^2 + bx + 4 = -2(x-a)^2 + 6 \Rightarrow -2x^2 + bx = -2x^2 + 4ax - 2a^2 + 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 4a \\ -2a^2 + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow (a, b) = (1, 4) \text{ یا } (-1, -4)$$

بنابراین $a + b = \pm 5$ است.

۲۰. گزینه ۱ درست است.

ابتدا توجه کنید که:

$$|\sin 2x| = 1 - \sin^2 x \Rightarrow |\sin 2x| = \cos^2 x \Rightarrow 2|\sin x| |\cos x| = \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |\cos x| = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \dots \\ 2|\sin x| = |\cos x| \Rightarrow |\tan x| = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha, \pi - \alpha, \pi + \alpha, 2\pi - \alpha, \dots \end{cases}$$

مجموع جوابها در $[0, 2\pi]$ برابر با $\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} + \alpha + \pi - \alpha + \pi + \alpha + 2\pi - \alpha = 6\pi$ است. مجموع جوابها در

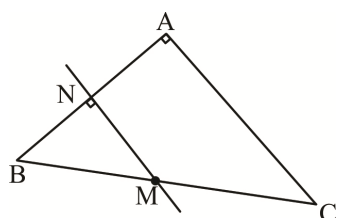
$\left[\frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}\right]$ برابر با $\frac{7\pi}{2} + 2\pi + \alpha + \frac{9\pi}{2} - \alpha = 5\pi + \alpha$ است. پس در $\left[\frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}\right]$ به $\frac{7\pi}{2} + \alpha$ می‌رسیم. جوابهای

دیگر $3\pi - \alpha$ و $3\pi + \alpha$ و $\frac{9\pi}{2}$ در $\left(\frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}\right)$ وجود دارد. پس اگر $\frac{7}{2} \leq k < \frac{9}{2}$ باشد، آنگاه مجموع جوابها بیشتر از $\frac{11}{2}\pi$ و کمتر از $\frac{21}{2}\pi$ است.

۲۱. گزینه ۱ درست است.

عمودمنصف کوچکترین ضلع مثلث قائم‌الزاویه از وسط وتر می‌گذرد.

$$NM \parallel AC, NM = \frac{1}{2}AC$$



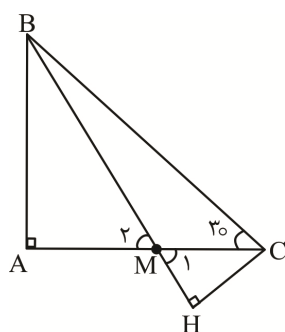
بنابراین قضیه اساسی تشابه دو مثلث ABC, BNM متشابه هستند.

$$\frac{S_{BNM}}{S_{ABC}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_{ACMN}}{S_{ABC}} = \frac{3}{4} \Rightarrow S_{ACMN} = 3S_{BNM}$$

$$S_{NBM} = S \Rightarrow S_{ABM} + \frac{3}{4}S_{ANMC} = 26 \Rightarrow S + \frac{3}{4}(3S) = 26$$

$$\frac{13}{4}S = 26 \Rightarrow S = 8 \Rightarrow S_{ACMN} = 8(3) = 24$$

۲۲. گزینه ۲ درست است.



$$AB = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}(10) = 5$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 100 - 25 = 75$$

$$AC = 5\sqrt{3}$$

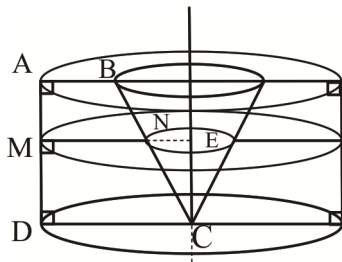
$$AM = MC = \frac{5\sqrt{3}}{2}, BM^2 = 25 + \frac{75}{4} = \frac{175}{4}$$

دو مثلث ABM و MHC بنا به حالت دو زاویه متشابه‌اند ($\widehat{H} = \widehat{A}, \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2$)

$$\frac{S_{MHC}}{S_{ABM}} = \left(\frac{MC}{BM}\right)^2 = \frac{\frac{75}{4}}{\frac{175}{4}} = \frac{75}{175} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{S_{MHC}}{S_{ABC}} = \frac{3}{14}$$

$$S_{ABM} = \frac{1}{2}S_{ABC}$$

میان‌ه مساحت مثلث را نصف می‌کند



۲۳. گزینه ۳ درست است.

$$MN = \frac{1(3) + 2(2)}{1+2} = \frac{7}{3}$$

$$NE = ME - MN = 3 - \frac{7}{3} = \frac{2}{3}$$

$$S = \pi(3)^2 - \pi\left(\frac{2}{3}\right)^2 = 9\pi - \frac{4\pi}{9} = \frac{77\pi}{9}$$

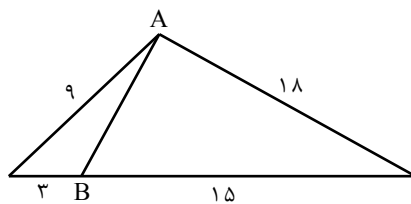
سطح مقطع

۲۴. گزینه ۳ درست است.

بنا به رابطه طولی در دایره داریم:

$$4(4+5) = 3(3+x) \Rightarrow x = 9$$

$$6(6+9) = 5(y+5) \Rightarrow y = 13$$



بنا بر قضیه استوارت در مثلث داریم:

$$AB^2 = \frac{3(5+13)^2 + (15)(9)^2}{3+15} - 3 \times 15 = \frac{153}{2}$$

۲۵. گزینه ۲ درست است.

$$A+B = \frac{1}{2}AB \Rightarrow A^{-1}(A+B)B^{-1} = \frac{1}{2}A^{-1}(AB)B^{-1}$$

$$A^{-1} + B^{-1} = \frac{1}{2}I \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{2}I - A^{-1} = \frac{1}{2}I + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

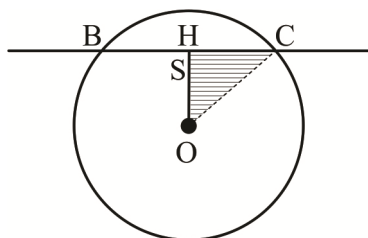
۲۶. گزینه ۲ درست است.

$$2|A|^2 - 6 = 2(|A|(|A|)) + 1(2|A| - 2) + |A|(2)$$

$$2|A|^2 - 6 = 2|A|^2 + 8|A| - 4 \Rightarrow |A| = -\frac{1}{4}$$

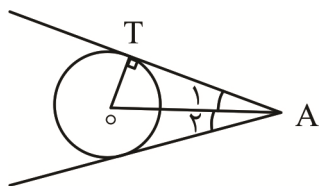
$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{-\frac{1}{4}} = -4$$

۲۷. گزینه ۴ درست است.



$$OH = \frac{|3(1) + 4(1) + 8|}{\sqrt{9+16}} = \frac{15}{5} = 3$$

$$BH = HC = 4 \Rightarrow OC = 5 = R$$

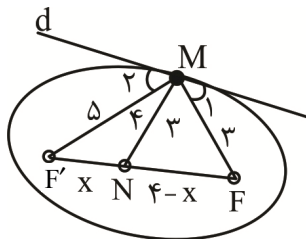


$$OA = \sqrt{(\lambda - 1)^2 + (0 - 1)^2} = \sqrt{5} = 5\sqrt{2}$$

$$\sin \hat{A}_1 = \frac{OT}{OA} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{A}_1 = 45^\circ$$

$$\hat{A} = 2\hat{A}_1 = 90^\circ$$

۲۸. گزینه ۳ درست است.



$$MF + MF' = 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

$$2b = 4\sqrt{3} \rightarrow b = 2\sqrt{3}$$

$$c^2 = a^2 - b^2 = 4 \Rightarrow c = 2$$

$$\hat{M}_1 = \hat{M}_2 \Rightarrow \hat{M}_3 = \hat{M}_4$$

و MN نیمساز زاویه $\hat{MFF}'$ است.

$$\frac{MF'}{MF} = \frac{NF'}{NF} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{x}{4-x} \Rightarrow x = \frac{5}{2}, NF = \frac{3}{2}$$

$$MN^2 = MF \times MF' - NF \times NF' = 3(5) - \left(\frac{5}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right) = 15\left(1 - \frac{1}{4}\right) = 15\left(\frac{3}{4}\right) \Rightarrow MN = \frac{3}{2}\sqrt{5}$$

۲۹. گزینه ۱ درست است.

الف) $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ حاصل این ضرب، عدد صفر است. بردار صفر نیست.

ب) حاصل ضرب خارجی دو بردار، یک بردار است. و حاصل بردار صفر است. عدد صفر نیست.

پ) $|\vec{r}\vec{a}| = |\vec{r}| |\vec{a}|$

ت) حاصل ضرب داخلی دو بردار، یک عدد است بردار صفر نیست.

۳۰. گزینه ۳ درست است.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = r\vec{b} \Rightarrow \vec{a} = (2r, -r, 2r)$$

$$|\vec{a}| = 3|\vec{r}| = 12 \Rightarrow r = \pm 4 \Rightarrow \vec{a} = (-8, 4, -8)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (-8, 4, -8) - (2, -1, 2) = (-10, 5, -10)$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = 15$$

۳۱. گزینه ۳ درست است.

نقیض گزاره مورد نظر به صورت زیر به دست می آید:

$$\sim (\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{Z} : x > y) \equiv \exists x \in \mathbb{N} \forall y \in \mathbb{Z} : x < y$$

و بیان درست آن مطابق گزینه ۳ است.

۳۲. گزینه ۳ درست است.

$$C = A - B = A - \{a, b\} = \{\{a\}, \{a, b\}\}$$

$$D = A - \{B\} = A - \{\{a, b\}\} = \{a, b, \{a\}\}$$

$$\Rightarrow D - C = \{a, b\} \Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه های ناتهی} = 2^2 - 1 = 3$$

۳۳. گزینه ۱ درست است.

A: حداقل یکبار ۴ بیاید B: دست کم دو عدد روشده برابر باشند

$$p(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}$$

$$n(A) = 6 \times 6 \times 6 - 5 \times 5 \times 5 = 216 - 125 = 91$$

برای محاسبه $n(A \cap B)$ باید حالت‌های زیر را بررسی و در هر حالت تعداد مطلوب را حساب کنیم:

الف) هر سه عدد رو شده، عدد ۴ باشند. $(4, 4, 4)$: تعداد حالت‌ها: ۱

ب) دو عدد رو شده عدد ۴ باشند. $(4, 4, X)$: تعداد حالت‌ها: $\binom{5}{1} \times 3 = 5 \times 3 = 15$

پ) فقط یکی از عددهای رو شده، عدد ۴ و دو عدد دیگر با هم برابر باشند.

$(4, X, X)$: تعداد حالت‌ها: $\binom{5}{1} \times 3 = 5 \times 3 = 15$

بنابراین تعداد عضوهای مجموعه $A \cap B$ برابر با $1 + 15 + 15 = 31$ است و در نتیجه: $P(B|A) = \frac{31}{91}$

۳۴. گزینه ۴ درست است.

k	۱	۲	۳	۴	۵	۶
$P(a_k)$	$\frac{\binom{5}{0}}{n}$	$\frac{\binom{5}{1}}{n}$	$\frac{\binom{5}{2}}{n}$	$\frac{\binom{5}{3}}{n}$	$\frac{\binom{5}{4}}{n}$	$\frac{\binom{5}{5}}{n}$

$$\sum P(a_k) = 1 \Rightarrow \frac{\binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}}{n} = 1 \Rightarrow \frac{1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1}{n} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{32}{n} = 1 \Rightarrow n = 32$$

$$p(A) = p(a_1) + p(a_2) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$$

۳۵. گزینه ۲ درست است.

$$20 + 40 + 20 + 10 + a = 100 \Rightarrow a = 100 - 90 = 10$$

$$\bar{x} = \frac{(20 \times 0) + (40 \times 1) + (20 \times 2) + (10 \times 3) + (10 \times 4)}{100} = \frac{0 + 40 + 40 + 30 + 40}{100} = 1.5$$

x_i	۰	۱	۲	۳	۴
$x_i - \bar{x}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$
$(x_i - \bar{x})^2$	$\frac{9}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{25}{4}$

$$\sigma^2 = \frac{(20 \times \frac{9}{4}) + (40 \times \frac{1}{4}) + (20 \times \frac{1}{4}) + (10 \times \frac{9}{4}) + (10 \times \frac{25}{4})}{100} = \frac{45 + 10 + 5 + 22.5 + 62.5}{100} = \frac{145}{100} = 1.45$$

۳۶. گزینه ۱ درست است.

$$\begin{cases} a = bq + 11 \\ a = (b+3)(q-2) + 3 \end{cases} \Rightarrow bq + 11 = bq - 2b + 3q - 6 + 3 \Rightarrow 3q - 2b = 14$$

$$b \geq 12 \Rightarrow$$

$$a = (14 \times 14) + 11 = 207$$

b	۱۲	۱۳	۱۴
q	$\frac{38}{3}$	$\frac{50}{3}$	۱۴

پس کوچک‌ترین عدد طبیعی مانند a برابر ۲۰۷ است. باقی‌مانده تقسیم ۲۰۷ بر ۱۱ برابر ۹ است:

$$207 = (11 \times 18) + 9$$

۳۷. گزینه ۲ درست است.

$$3a \equiv 5 \pmod{12} \Rightarrow a \equiv -4 \pmod{12} \Rightarrow a = 17q - 4$$

$$a \equiv 5 \pmod{11} \Rightarrow 17q - 4 \equiv 5 \pmod{11} \Rightarrow 6q \equiv 9 \pmod{11} \Rightarrow 2q \equiv 3 \pmod{11} \Rightarrow q \equiv 7 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow q = 11k + 7 \Rightarrow a = 17(11k + 7) - 4$$

$$a = 187k + 119 - 4 = 187k + 115 > 200$$

$$k = 0 \Rightarrow a = 115$$

$$k = 1 \Rightarrow a = 187 + 115 = 302$$

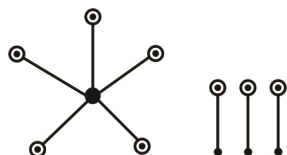
بنابراین کوچک‌ترین عدد طبیعی مانند a، عدد ۳۰۲ و رقم یکانش برابر ۲ است.

۳۸. گزینه ۱ درست است.

اگر درجه رأس v_i را با d_i نمایش دهیم، آنگاه:

$$d_1 \times d_2 \times \dots \times d_{17} = 5 = 5 \times \underbrace{1 \times 1 \times \dots \times 1}_{11 \text{ تا}}$$

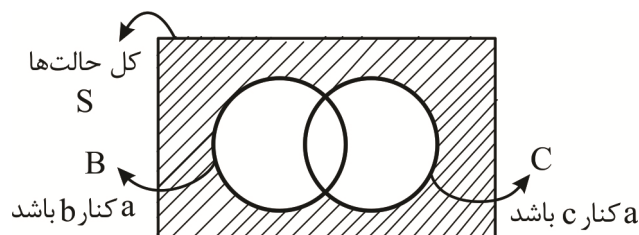
تنها گرافی که با این درجات می‌توان رسم کرد به شکل زیر است و تنها مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیرمینیم آن مطابق شکل، ۸ عضو دارد.



۳۹. گزینه ۴ درست است.

$$|S| - |B \cap C| = \text{تعداد حالت‌های مطلوب}$$

$$= |S| - (|B| + |C| - |B \cap C|)$$



$$|S| = 5! = 120 \quad |B| = 4!2! = 24 \times 2 = 48 \quad |C| = 4!2! = 24 \times 2 = 48$$

$$|B \cap C| = 3!2! = 6 \times 2 = 12$$

$$\Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 120 - (48 + 48 - 12) = 120 - 84 = 36$$

۴۰. گزینه ۱ درست است.

بر اساس اصل لانه کبوتر می‌دانیم که اگر n کبوتر بخواهند در k لانه بنشینند، آنگاه به یقین حداقل یک لانه هست که در آن

دست کم $1 + \left\lceil \frac{n-1}{k} \right\rceil$ کبوتر نشسته است. در شرایط این مسئله $n = 93$ است؛ بنابراین:

$$\left\lceil \frac{92}{k} \right\rceil + 1 = 7 \Rightarrow \left\lceil \frac{92}{k} \right\rceil = 6 \Rightarrow \frac{92}{k} \geq 6 \Rightarrow 6k \leq 92 \Rightarrow k \leq \frac{92}{6} \Rightarrow k \leq 15$$

فیزیک

۴۱. گزینه ۴ درست است.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \rightarrow V = \frac{J}{C} = \frac{\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\text{kgm}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$$

(دھم - فصل ۱)

۴۲. گزینه ۱ درست است.

$$m_B = km_A$$

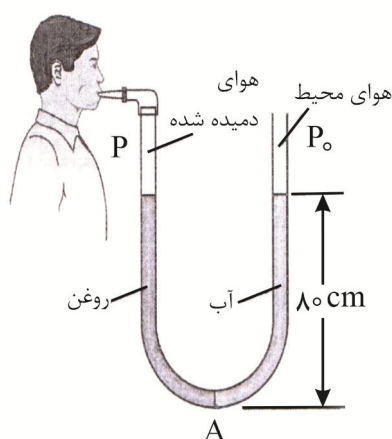
نسبت $\frac{m_B}{m_A}$ را k می نامیم؛ پس:

$$\rho_T = \frac{m_T}{V_T} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{km_A}{\rho_B}}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{km_A}{\rho_B}} = \frac{m_A(1+k)}{m_A(\frac{1}{\rho_A} + \frac{k}{\rho_B})} = \frac{1+k}{\frac{1}{\rho_A} + \frac{k}{\rho_B}} = \rho_{\text{eff}}$$

$$\rightarrow 1+k = \frac{1/6}{1/2} + \frac{k \times 1/6}{1/4} \rightarrow 1+k = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}k \rightarrow \frac{1}{2}k = \frac{1}{3} \rightarrow k = \frac{2}{3}$$

(دهم - فصل ۱)

۴۳. گزینه ۳ درست است.



$$P_A = P + \text{وِغْن}(\rho gh) = P_o + \text{آب}(\rho gh) \rightarrow$$

$$P = P_o + \text{أب}(\rho gh) - \text{و، غن}(\rho gh)$$

$$P_o = 76 \text{ cmHg} = \text{جيوه} (\rho gh) = (13500 \times 10 \times \frac{76}{100}) = 102600 \text{ Pa}$$

$$(\rho gh) = 1000 \times 10 \times \frac{10}{100} = 1000 \text{ Pa}$$

$$\text{روغن } (\rho gh) = 750 \times 10 \times \frac{10}{100} = 6000 \text{ Pa}$$

$$P = 102600 + 8000 - 6000 = 104600 \text{ Pa}$$

(دھم - فصل ۲)

۴۴. گزینه ۴ درست است.

فرض می‌کنیم لکه روغن از یک لایه روغن تشکیل شده است، پس ارتفاع آن قطر یک مولکول روغن یعنی یک نانومتر است.



$$V = Ah \quad V = \imath m m^{\mathfrak{r}} = \imath o^{-q} m^{\mathfrak{r}} \rightarrow \imath o^{-q} = A \times (\imath o^{-q}) \rightarrow A = \imath m^{\mathfrak{r}} = \imath o^{\mathfrak{f}} c m^{\mathfrak{r}}$$

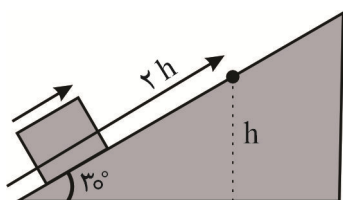
(دھم - فصل ۲)

۴۵. گزینه ۳ درست است.

(دھم - فصل ۲)

۴۶. گزینه ۱ درست است.

فرض کنیم جعبه تا ارتفاع h بالا می‌رود. زاویه سطح شیب‌دار 30° است، پس طول سطح طی شده ۲ برابر ارتفاع است.



$$\Delta K = W_T = W_{mg} + W_N + W_{f_k} = (-mg\Delta h) + 0 + (-f_k d)$$

$$\rightarrow 0 - \frac{1}{2} \times m \times v^2 = (-m \times 10 \times (+h)) + \left(-\frac{m \times 10}{10} \times 2h\right) \rightarrow$$

$$-18 \cancel{m} = -10 \cancel{m} h - 2 \cancel{m} h \rightarrow h = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1.5m \rightarrow 2h = 3m$$

(دهم - فصل ۳)

۴۷. گزینه ۱ درست است.

$$\rho_r = \rho_1 (1 - \beta \Delta \theta) = 1000 (1 - 0.3 \times 10^{-3} \times 50) = 1000 - 15 = 985 \frac{kg}{m^3}$$

(دهم - فصل ۴)

۴۸. گزینه ۱ درست است.

دمای تعادل را θ می‌نامیم.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \rightarrow m_1 c_1 \Delta \theta_1 + C_r \Delta \theta_r + m_3 c_3 \Delta \theta_3 = 0$$

$$\rightarrow 2 \times 420 \times (\theta - 90) + 840 (\theta - 20) + 1 \times 4200 (\theta - 20) = 0$$

از همه جمله‌ها یک ۸۴۰ ساده می‌کنیم.

$$(\theta - 90) + (\theta - 20) + 5(\theta - 20) = 0 \rightarrow 7\theta = 210 \rightarrow \theta = 30^\circ C$$

(دهم - فصل ۴)

۴۹. گزینه ۳ درست است.

پس از پر شدن خازن جریان صفر می‌شود، پس ولتاژ باتری همان نیروی محرکه آن است.

$$V = \varepsilon - Ir, I = 0 \rightarrow V = \varepsilon = 4V$$

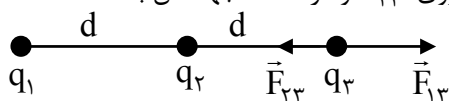
$$\Delta q = CV = 1 \times 4 = 4nC = 4 \times 10^{-9} C$$

$$n = \frac{\Delta q}{e} = \frac{4 \times 10^{-9}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.5 \times 10^{10}$$

(یازدهم - فصل ۱)

۵۰. گزینه ۴ درست است.

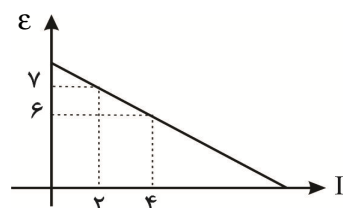
شرط سؤال در صورتی برقرار می‌شود که اندازه نیروی $\vec{F}_{13}$ دو برابر اندازه نیروی $\vec{F}_{23}$ و در خلاف جهت آن باشد.



$$\frac{1}{2} = \frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{\frac{k |q_2| |q_3|}{d^2}}{\frac{k |q_1| |q_3|}{(2d)^2}} = \frac{4 |q_2|}{|q_1|} \rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{ناهمنام}} \frac{q_2}{q_1} = -\frac{1}{4}$$

(یازدهم - فصل ۱)

۵۱. گزینه ۴ درست است.



$$V = \varepsilon - Ir$$

$$I_1 = 2A, V_1 = 7V \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = 8V \\ r = 0.5\Omega \end{array} \right.$$

$$I_2 = 4A, V_2 = 6V \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = 8V \\ r = 0.5\Omega \end{array} \right.$$

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{8 \times 8}{4 \times 0.5} = \frac{64}{2} = 32W$$

(یازدهم - فصل ۲)

۵۲. گزینه ۲ درست است.

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{R = \rho \frac{L}{A}}{\rho \frac{L}{A}} = \frac{\rho \frac{5}{3 \times 4}}{\rho \frac{5}{4 \times 5}} = \frac{100}{36} = \frac{25}{9}$$

(یازدهم - فصل ۲)

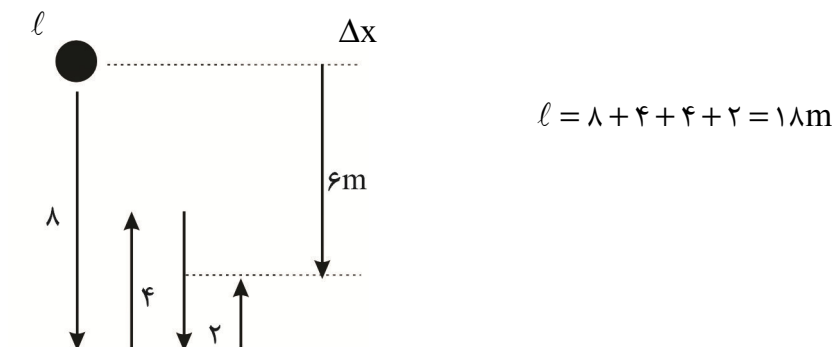
۵۳. گزینه ۳ درست است.

(یازدهم - فصل ۳)

۵۴. گزینه ۳ درست است.

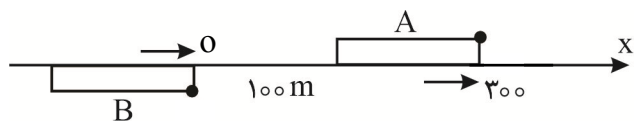
(یازدهم - فصل ۴)

۵۵. گزینه ۴ درست است.



(دوازدهم - فصل ۱)

۵۶. گزینه ۲ درست است.



جسوی قطارهای A و B را به عنوان دو نقطه بررسی می کنیم. هنگامی که قطار B از قطار A به طور کامل جلو می زند، نقطه B از نقطه A، ۳۰۰ m جلوتر است.

$$\begin{cases} x_A = vt + x_0 = 5t + 300 \\ x_B = vt + x_0 = 15t + 0 = 15t \end{cases} \quad x_B = x_A + 300$$

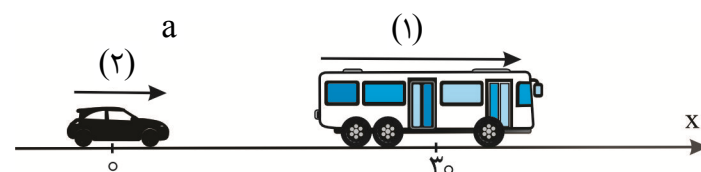
$$\rightarrow 15t = (5t + 300) + 300 \rightarrow 10t = 600 \rightarrow t = 60 \text{ s}$$

$$\Delta x_A = v_A \Delta t = 5 \times 60 = 300 \text{ m}$$

(دوازدهم - فصل ۱)

۵۷. گزینه ۲ درست است.

روش اول:



$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{-1}{2}t^2 + 10t + 30$$

$$x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2}at^2 + 20t$$

$$\Delta x = 0 \rightarrow x_1 - x_2 = \frac{-1}{2}t^2 + 10t + 30 - (\frac{1}{2}at^2 + 20t) = \frac{-(1+a)}{2}t^2 - 10t + 30 = 0$$

برای آنکه این دو اتومبیل تصادف نکنند باید معادله Δx ریشه نداشته باشد.

$$B^2 - 4AC = 0 \rightarrow 100 + 4 \times \left(\frac{1+a}{2}\right)(30) = 0 \rightarrow \frac{1+a}{2} = \frac{-5}{6}$$

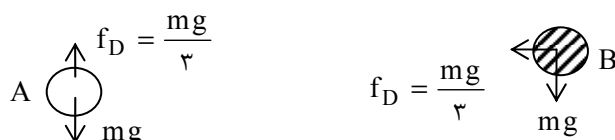
$$1+a = \frac{-10}{6} \rightarrow a = \frac{-10}{6} - 1 = \frac{-16}{6} = \frac{-8}{3} \frac{m}{s^2} \rightarrow |a| = \frac{8}{3} \frac{m}{s^2}$$

روش دوم: سرعت نسبی

$$d = \frac{v_o^2}{2a} \rightarrow 30 = \frac{(10)^2}{2(a-1)} \rightarrow a-1 = \frac{5}{30} = \frac{5}{3} \rightarrow a = \frac{8}{3} \frac{m}{s^2}$$

(دوازدهم - فصل ۱)

۵۸. گزینه ۳ درست است.



$$a_A = \frac{mg - \frac{mg}{3}}{m} = g - \frac{g}{3} = \frac{2}{3}g$$

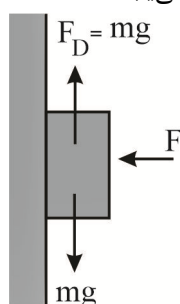
$$a_B = \frac{\sqrt{(mg)^2 + \left(\frac{mg}{3}\right)^2}}{m} = \frac{mg\sqrt{1 + \frac{1}{9}}}{m} = \frac{\sqrt{10}}{3}g$$

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{\frac{2}{3}g}{\frac{\sqrt{10}}{3}g} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۵۹. گزینه ۲ درست است.

اگر نیروی F را ۲۵ درصد افزایش دهیم، نیروی N و در نتیجه نیروی اصطکاک هم ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.



$$f'_D = \frac{125}{100} f_D = 1/25 mg$$

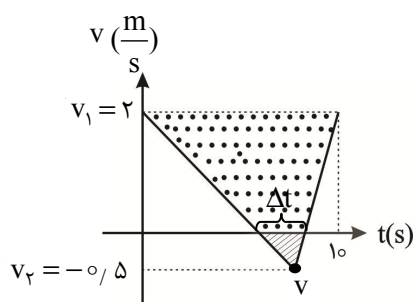
$$a' = \frac{F_{net}}{m} = \frac{mg - 1/25 mg}{m} = -0/25 g = -2/5 \frac{m}{s^2}$$

$$d = \left| \frac{v_o^2}{2a} \right| = \frac{9}{5} = 1/8 m$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۶۰. گزینه ۱ درست است.

ابتدا نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم.



$$v = \frac{p}{m} = \frac{p}{2} \rightarrow v_1 = \frac{4}{2} = 2 \frac{m}{s}, v_2 = -\frac{1}{2} = -0/5 \frac{m}{s}$$

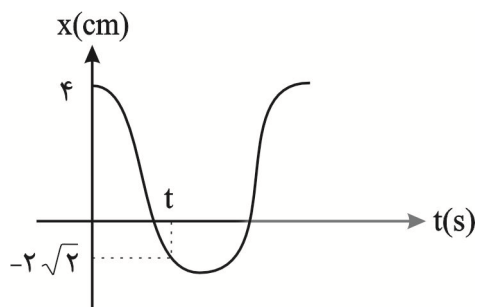
مثلث کوچک با مثلث بزرگ متشابه است.

$$\frac{\Delta t}{10} = \frac{1}{5} \rightarrow \Delta t = 2$$

$$\ell = s = \left| \frac{(-0/5)(2)}{2} \right| = 0/5 m$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۶۱. گزینه ۴ درست است.



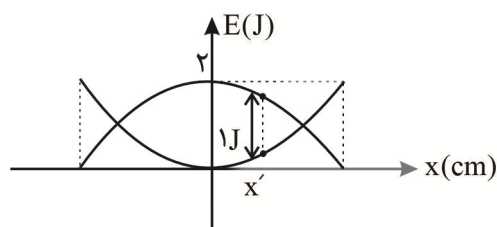
$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = 4 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = -2\sqrt{2} \rightarrow \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{3\pi}{4} \rightarrow t = \frac{3}{8}T$$

(دوازدهم - فصل ۳)

۶۲. گزینه ۴ درست است.

انرژی‌های جنبشی و پتانسیل نوسانگر را در نقطه x' به ترتیب K و U می‌نامیم.

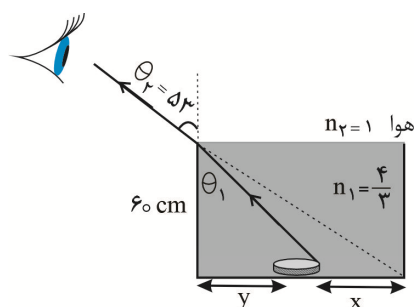


$$K + U = E = 2J, K - U = 1J \rightarrow K = 1.5J, U = 0.5J$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow 1.5 = \frac{1}{2} \times 3 \times v^2 \rightarrow v^2 = 1 \rightarrow v = 1 \frac{m}{s}$$

(دوازدهم - فصل ۳)

۶۳. گزینه ۴ درست است.



$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2} \rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin \theta_1} = \frac{4}{3}$$

$$\rightarrow \sin \theta_1 = 0.6 \rightarrow \theta_1 = 37^\circ$$

$$\frac{y}{60} = \frac{3}{4} \rightarrow y = 45 \text{ cm} \quad \frac{y+x}{60} = \frac{4}{3} \rightarrow x = 35 \text{ cm}$$

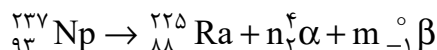
(دوازدهم - فصل ۴)

۶۴. گزینه ۳ درست است.

$$n_1 = \begin{cases} 6 \rightarrow 1 \\ 5 \rightarrow 1 \\ 4 \rightarrow 1 \\ 3 \rightarrow 1 \\ 2 \rightarrow 1 \end{cases} \quad n_2 = \begin{cases} 6 \rightarrow 3 \\ 5 \rightarrow 3 \\ 4 \rightarrow 3 \\ 6 \rightarrow 4 \\ 5 \rightarrow 4 \\ 6 \rightarrow 5 \end{cases} \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{6}{5}$$

(دوازدهم - فصل ۵)

۶۵. گزینه ۳ درست است.



$$237 = 225 + 4n \rightarrow 4n = 12 \rightarrow n = 3$$

$$93 = 88 + 2n - m \rightarrow m = 1 \quad m + n = 4$$

(دوازدهم - فصل ۶)

۶۶. گزینه ۲ درست است.

$$\frac{V_{av2}}{V_{av1}} = \frac{\frac{g + \frac{3}{2}g}{2}}{\frac{\frac{g}{2} + g}{2}} = \frac{5}{3}$$

(دوازدهم - فصل ۱)

۶۷. گزینه ۱ درست است.

(دوازدهم - فصل ۶)

۶۸. گزینه ۲ درست است.

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{450}{720} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{2}$$

(دوازدهم - فصل ۴)

۶۹. گزینه ۴ درست است.

با نصف کردن سیملوله هم L و هم N هر دو نصف می‌شوند.

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{N_2}{N_1} \times \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \rightarrow B_2 = B$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \times \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right) = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2} \rightarrow L_2 = \frac{L}{2}$$

(یازدهم - فصل ۴)

۷۰. گزینه ۳ درست است.

$$\Delta U^+ = \oint + W^+ \quad \text{در هر دو حالت کار انجام شده توسط موتور نهایتاً تبدیل به انرژی درونی می‌شود.}$$

(دهم - فصل ۵)

۷۱. گزینه ۳ درست است.

$$W = -P\Delta V = -nR\Delta T = -(0.5)(8)(300) = -1200 \text{ J} \quad \text{کار محیط روی گاز}$$

(دهم - فصل ۵) کار گاز روی محیط قرینه جواب به دست آمده است.

۷۲. گزینه ۱ درست است.

$$T = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v^2 = \frac{Tr}{m} \rightarrow v = \sqrt{\frac{Tr}{m}} = \sqrt{\frac{25 \times 3}{30}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۷۳. گزینه ۲ درست است.

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{200 \times 1}{0.02}} = 100 \frac{m}{s}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_r = \frac{2 \times 100}{2 \times 1} = 100 \text{ Hz}$$

(دوازدهم - فصل ۴)

۷۴. گزینه ۴ درست است.

$$I = \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_1}{R_1 + R_r + r_1 + r_r} = \frac{20 - 10}{2 + 1 + 1 + 1} = 2 \text{ A}$$

$$V = \varepsilon_r - IR_r - Ir_r = 20 - 2(1) - 2(1) = 16 \text{ V}$$

(یازدهم - فصل ۲)

۷۵. گزینه ۴ درست است.

$$N = \frac{\ell}{2\pi r} \rightarrow \frac{N_r}{N_1} = \frac{r_1}{r_r} = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2}$$

سیم‌ها مشابه هستند. پس مقاومت یکسانی دارند. ولتاژ آن‌ها یکسان است، پس جریان یکسانی دارند.

$$B = \frac{N\mu_0 I}{2r} \rightarrow \frac{B_1}{B_r} = \frac{N_1}{N_r} \times \frac{r_r}{r_1} = 2 \times 2 = 4$$

(یازدهم - فصل ۳)

شیمی

۷۶. گزینه ۲ درست است.

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا مجموع شمار اتم‌ها در $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ برابر ۱۷ و مول الکترون مبادله‌شده به‌ازای تشکیل یک مول Ga_2O_3 برابر ۶ است.

گزینه (۲) درست است. مجموع شمار اتم‌ها در $(\text{NH}_4)_3\text{PO}_4$ برابر ۲۰ و مول الکترون مبادله‌شده به‌ازای تشکیل یک مول Na_4SiO_4 برابر ۴ است.

گزینه (۳) نادرست است؛ زیرا مجموع شمار اتم‌ها در $\text{Zn}(\text{NO}_3)_2$ برابر ۹ و مول الکترون مبادله‌شده به‌ازای تشکیل یک مول $\text{Mg}_3(\text{PO}_4)_2$ برابر ۶ است.

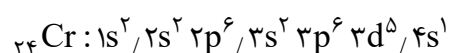
گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا مجموع شمار اتم‌ها در $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ برابر ۹ و مول الکترون مبادله‌شده به‌ازای تشکیل یک مول MgCO_3 برابر ۲ است. (دهم - فصل ۳)

۷۷. گزینه ۱ درست است.

عدد اتمی عناصر A، B و D به‌ترتیب ۲۰ و ۲۴ و ۳۵ است. ($_{35}\text{Br}$, $_{24}\text{Cr}$, $_{20}\text{Ca}$)

عبارت (الف) درست است. با افزودن CaCl_2 به مخلوط آب و صابون به‌دلیل تشکیل رسوب، پایداری مخلوط از بین می‌رود.

عبارت (ب) نادرست است؛ زیرا در آرایش الکترونی $_{24}\text{Cr}$ هفت الکترون با $l=0$ وجود دارد.

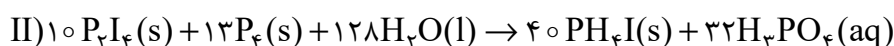
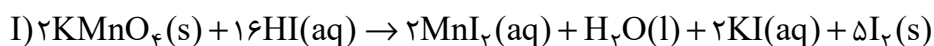


عبارت (پ) نادرست است؛ زیرا عدد اکسایش برم در $\text{Mg}(\text{BrO}_3)_2$ برابر ۵+ است، در حالی که بالاترین عدد اکسایش این عنصر برابر ۷+ است.

عبارت (ت) درست است. هر سه عنصر $_{20}\text{Ca}$ ، $_{24}\text{Cr}$ و $_{35}\text{Br}$ در دوره چهارم قرار دارند. انتظار داریم فلزات گروه ۱ و ۲ جدول دوره‌ای از فلزات واسطه کاهنده‌تر باشند؛ زیرا تمایل بیشتری برای از دست دادن الکترون دارند.

(دهم - فصل ۱ - دوازدهم - فصل ۱ و ۲)

۷۸. گزینه ۳ درست است.



مجموع ضرایب مواد در معادله (I): ۳۵

مجموع ضرایب مواد در معادله (II): ۲۲۳

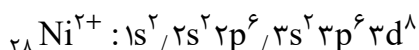
پس اختلاف مجموع ضرایب مواد در دو معادله برابر ۱۸۸ است. (دهم - فصل ۲)

۷۹. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

مطلب ۱ نادرست است؛ زیرا در دوره چهارم جدول تناوبی نماد چهار عنصر Cr، Ca، Co و Cu با حرف C آغاز می‌شود که همگی فلز هستند.

مطلب ۲ نادرست است؛ زیرا در آرایش الکترونی $_{28}\text{Ni}^{2+}$ هشت الکترون با $l=2$ و دوازده الکترون با $l=1$ وجود دارد. تعداد عناصر دوره پنجم جدول تناوبی برابر ۱۸ است.



مطلب ۳ درست است. جرم اتمی میانگین آهن برابر ۵۵/۸ می‌باشد:

$$\bar{m} = \frac{(55 \times 80) + (56 \times 20)}{100} = 55.8$$

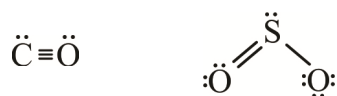
مطلب ۴ نادرست است؛ زیرا در طیف نشری خطی عناصر ^3Li و ^1H نوار آبی رنگ وجود دارد. (دهم - فصل ۱)

۸۰. گزینه ۳ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (الف) درست است. He که در دستگاه MRI کاربرد دارد، ۷٪ گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد و در زمان سوختن آن به همراه فرآورده‌های سوختن، مصرف‌نشده وارد هوا می‌شود.

عبارت (ب) درست است. شکل B حسگر گاز CO را نشان می‌دهد که شمار پیوندهای کووالانسی آن با SO_2 برابر است.

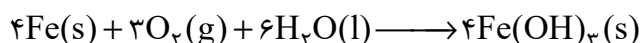


عبارت (پ) نادرست است؛ زیرا شکل C مدل فضا پرکن متان است.

عبارت (ت) نادرست است؛ زیرا N_2 و H_2 در دمای اتاق با جرقه و کاتالیزگر واکنش نمی‌دهند. (دهم - فصل ۲)

۸۱. گزینه ۴ درست است.

معادله زنگ زدن آهن پس از موازنه به صورت زیر در می‌آید:



در این معادله درمی‌یابیم که بر اثر اکسایش ۴ مول آهن (۲۲۴g)، ۴ مول آهن (III) هیدروکسید (۴۲۸g) ایجاد می‌شود یعنی با اکسایش ۴ مول آهن، ۲۰۴ گرم افزایش جرم داریم.

$$65.5 - 40 = 25.5\text{g}$$

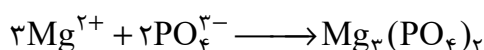
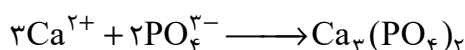
$$25.5\text{g} \times \frac{4\text{mol Fe}}{204\text{g}} \times \frac{56\text{g Fe}}{1\text{mol Fe}} = 28\text{g Fe}$$

پس ۲۸ گرم از آهن دچار خوردگی شده است.

$$\text{Fe درصد خوردگی} = \frac{28\text{g}}{40\text{g}} \times 100 = 70 \quad (\text{دهم - فصل ۲})$$

۸۲. گزینه ۱ درست است.

یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} عامل سختی آب هستند و معادله واکنش آن‌ها با یون فسفات به صورت زیر است:



جرم یون فسفات موردنیاز برای واکنش با هر یون به صورت زیر محاسبه می شود:

$$15 \text{ kg آب} \times \frac{0.4 \text{ g Ca}^{2+}}{1 \text{ kg آب}} \times \frac{1 \text{ mol Ca}^{2+}}{40 \text{ g Ca}^{2+}} \times \frac{2 \text{ mol PO}_4^{3-}}{3 \text{ mol Ca}^{2+}} \times \frac{95 \text{ g PO}_4^{3-}}{1 \text{ mol PO}_4^{3-}} = 9.5 \text{ g PO}_4^{3-}$$

$$15 \text{ kg آب} \times \frac{1.35 \text{ g Mg}^{2+}}{1 \text{ kg آب}} \times \frac{1 \text{ mol Mg}^{2+}}{24 \text{ g Mg}^{2+}} \times \frac{2 \text{ mol PO}_4^{3-}}{3 \text{ mol Mg}^{2+}} \times \frac{95 \text{ g PO}_4^{3-}}{1 \text{ mol PO}_4^{3-}} \cong 53.43 \text{ g}$$

جرم فسفات = $9.5 + 53.43 = 62.93$

(دهم - فصل ۳)

۸۳. گزینه ۲ درست است.

بررسی مطالب:

مطلب ۱ درست است. سالانه میلیون ها تن نمک خوراکی را با روش تبلور (که یک روش فیزیکی است) از آب دریا جداسازی و استخراج می کنند.

مطلب ۲ نادرست است؛ زیرا مولاریته محلول سرکه برابر است با: (استیک اسید: CH_3COOH)

$$\text{مولار} = \frac{10 \text{ ad}}{\text{جرم مولی}} = \frac{10 \times 5 \times 10^{-2}}{60} = 0.83 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

مطلب ۳ درست است. از نظر انحلال پذیری در آب داریم:



منیزیم سولفات نمکی محلول در آب، کلسیم سولفات کم محلول و باریم سولفات نامحلول در آب است.

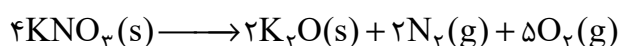
مطلب ۴ درست است. اگر جرم برابر از اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{O}$) و استون ($\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$) را با هم مخلوط کنیم، استون مول کمتری دارد و حل شونده است. (اتانول حلال است.) (دهم - فصل ۳)

۸۴. گزینه ۴ درست است.

با سرد کردن محلول از دمای 49°C به 28°C انحلال پذیری KNO_3 از 80 به 40 می رسد، یعنی به ازای 180 گرم محلول 40 گرم رسوب ایجاد می شود.

$$27 \text{ g محلول} \times \frac{40 \text{ g رسوب}}{180 \text{ g محلول}} = 6 \text{ g رسوب}$$

۶ گرم KNO_3 طبق معادله زیر تجزیه می شود:



$$6 \text{ g KNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KNO}_3}{101 \text{ g KNO}_3} \times \frac{1 \text{ mol گاز}}{4 \text{ mol KNO}_3} \times \frac{40 \text{ L}}{1 \text{ mol گاز}} \cong 4.16 \text{ L گاز}$$

(دهم - فصل ۲ و ۳)

۸۵. گزینه ۱ درست است.

ابتدا مول حل شونده در هر محلول را به دست می آوریم:

$$1 \text{ مول} = 0.5 \times 0.1 = 0.05$$

$$2 \text{ مول} = 0.5 \times 0.4 = 0.2$$

برای توقف اسمز باید غلظت دو محلول یکسان شود؛ پس مولکول های آب از محلول رقیق تر به محلول غلیظ تر انتقال می یابند.

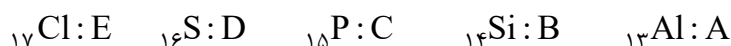
$$M_1 = M_2 \Rightarrow \frac{0.05}{(50 - x) \times 10^{-3}} = \frac{0.2}{(50 + x) \times 10^{-3}} \Rightarrow x = 30$$

پس 30 mL آب از محلول رقیق تر کاسته و 30 mL آب به محلول غلیظ تر افزوده می شود؛ پس اختلاف حجم محلول ها 60 mL خواهد شد. (دهم - فصل ۳)

۸۶. گزینه ۲ درست است.

$$Z + (Z + 1) + (Z + 2) + (Z + 3) + (Z + 4) = 75 \Rightarrow Z = 13$$

پس عناصر معرفی شده در تست عبارتند از:



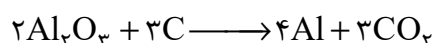
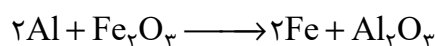
بررسی عبارت‌ها:

عبارت (الف) درست است. آلومینیوم جزو هشت عنصر فراوان تر کره زمین است که ترکیب $\text{Al}(\text{OH})_3$ به عنوان ضد اسید کاربرد دارد.عبارت (ب) نادرست است؛ زیرا ${}_{14}\text{Si}$ به صورت خالص در طبیعت وجود ندارد و اغلب به شکل ترکیب اکسیژن دار مثل SiO_2 یافت می شود.عبارت (پ) درست است. فسفر در دمای اتاق به آسانی با اکسیژن ترکیب می شود؛ زیرا E_a کمی دارد. همچنین رادیو ایزوتوپ فسفر در ایران تولید می شود.عبارت (ت) نادرست است؛ زیرا نقطه جوش H_2S از CCl_4 کمتر است. H_2S در دمای اتاق حالت گاز و CCl_4 حالت مایع دارد.

عبارت (ث) درست است. کلر در دمای اتاق (و در دماهای بالاتر) با هیدروژن ترکیب می شود. (یازدهم - فصل ۱)

۸۷. گزینه ۳ درست است.

معادله موازنه شده واکنش ها به صورت زیر است:



$$14000 \text{ kg Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{2 \text{ mol Fe}} \times \frac{3 \text{ mol C}}{4 \text{ mol Al}} \times \frac{12 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} \times \frac{100}{75} = 3000 \text{ kg}$$

$$\text{تعداد آند گرافیتی} = \frac{3000 \text{ kg}}{80 \text{ kg}} = 37.5$$

پس حداقل ۳۸ آند گرافیتی باید به کار ببریم. (یازدهم - فصل ۱)

۸۸. گزینه ۲ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

(۱) نادرست است؛ زیرا فرمول مولکولی ترکیب B به صورت C_8H_{12} و فرمول مولکولی ۱-اوکتین C_8H_{14} است.

(۲) درست است. نام آیوپاک ترکیب A «۳، ۴ و ۶-تری متیل نونان» است که مجموع اعداد به کار رفته در نام آن برابر ۱۳ است.

(۳) نادرست است؛ زیرا ترکیب A دارای ۴ گروه CH_3 و «۴-اتیل هپتان» دارای ۵ گروه CH_3 است.(۴) نادرست است؛ زیرا ترکیب B با دو مول Br_2 واکنش می دهد، اما محصول واکنش هیدروکربن نیست؛ زیرا هیدروکربن ها فقط از کربن و هیدروژن تشکیل می شوند. (یازدهم - فصل ۱)

۸۹. گزینه ۴ درست است.

در سامانه های دو جزئی برای تعیین دمای تعادل از رابطه $Q_1 = -Q_2$ استفاده می کنیم.

$$A: 100 \times 4.2 \times (\theta_f - 85) = -20 \times 0.84 \times (\theta_f - 5) \Rightarrow \theta_f \cong 81.92^\circ \text{C}$$

$$B: 500 \times 4.2 \times (\theta_f - 85) = -20 \times 0.84 \times (\theta_f - 5) \Rightarrow \theta_f \cong 84.36^\circ \text{C}$$

$$\frac{\Delta\theta(A)}{\Delta\theta(B)} = \frac{85 - 81.92}{85 - 84.36} = \frac{3.08}{0.64} = 4.81$$

(یازدهم - فصل ۲)

۹۰. گزینه ۱ درست است.

برای حل این تست طبق قانون هس باید واکنش اول را در $\frac{1}{2}$ ضرب کرده، واکنش سوم را معکوس و در $\frac{1}{3}$ ضرب کنیم. واکنش دوم را نیز معکوس و در $\frac{1}{6}$ ضرب می‌کنیم. با جمع ΔH این سه واکنش را خواهیم داشت:

$$\Delta H_{\text{کل}} = \left(-23 \times \frac{1}{2}\right) + \left(+39 \times \frac{1}{6}\right) + \left(-18 \times \frac{1}{3}\right) = -11 \text{ kJ}$$

(یازدهم - فصل ۲)

۹۱. گزینه ۱ درست است.

واکنش در ثانیه ۵۰ به پایان می‌رسد، جرم CO_2 آزاد شده در این مدت برابر است با:

$$\text{جرم CO}_2 = 65.98 - 64.50 = 1.48 \text{ g CO}_2$$

$$1.48 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol CO}_2} \cong 0.67 \text{ mol HCl}$$

$$\bar{R}_{\text{HCl}} = \frac{0.67 \text{ mol}}{\frac{5}{6} \text{ min}} \cong 0.8 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

جرم CaCO_3 مصرف‌شده در واکنش برابر است با:

$$1.48 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{100 \text{ g CaCO}_3}{1 \text{ mol CaCO}_3} = 3.36 \text{ g}$$

$$\text{جرم هر قطعه} = \frac{3.36}{5} = 0.672 \text{ g}$$

(یازدهم - فصل ۲)

۹۲. گزینه ۳ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (الف) نادرست است؛ زیرا ترکیب A بنزالدهید نام دارد. (ترکیب B که بنزوییک اسید نام دارد برای کاهش سرعت فساد مواد غذایی به کار می‌رود).

عبارت (ب) درست است. محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات در واکنش با اسیدهای آلی بر اثر گرم شدن به سرعت بی‌رنگ می‌شود. عبارت (پ) نادرست است؛ زیرا ترکیب C و ۱- هگزانول با هم ایزومر هستند. اما ۱- هگزانول نقطه جوش بالاتری دارد. (به دلیل پیوند هیدروژنی) بنابراین بخار ۱- هگزانول نسبت به ترکیب C آسان‌تر مایع می‌شود.

عبارت (ت) نادرست است؛ زیرا ترکیب D دارای گروه عاملی آمید ($\text{C}-\text{N}$) نیست.

عبارت (ث) درست است. D گروه آمین دارد، پس می‌تواند با کربوکسیلیک اسید واکنش دهد. همچنین حدود ۲۶٪ درصد جرمی ترکیب B را اکسیژن تشکیل می‌دهد.

$$\text{درصد جرمی اکسیژن} = \frac{32}{122} \times 100 \cong 26.2$$

(یازدهم - فصل ۲)

۹۳. گزینه ۳ درست است.

بررسی مطالب:

مطلب ۱ درست است.

$$6.4 \text{ g SO}_3 \times \frac{1 \text{ mol SO}_3}{80 \text{ g SO}_3} \times \frac{a \text{ mol A}}{2 \text{ mol SO}_3} = 0.04 \Rightarrow a = 1$$

پس نمودار داده‌شده مربوط به گاز اکسیژن است.

مطلب ۲ درست است. در دقیقه اول واکنش مقدار O_2 از $0/04$ به $0/01$ مول کاهش یافته است؛ پس ۷۵ درصد آن مصرف شده است.

مطلب ۳ نادرست است؛ زیرا سرعت متوسط واکنش با سرعت متوسط مصرف O_2 برابر است.

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{0/04 \text{ mol}}{2 \text{ L} \times 120 \text{ s}} = 1/66 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

مطلب ۴ درست است. با کاهش فشار در این سامانه سرعت واکنش کاهش یافته و مدت زمان انجام واکنش بیشتر می شود.

(یازدهم - فصل ۲)

۹۴. گزینه ۲ درست است.

- عبارت اول درست است. ناپروکسن دارای گروه های عاملی اتری و کربوکسیل است.

- عبارت دوم درست است. در این ترکیب دو گروه CH_3 وجود دارد. کربن یکی از این گروه ها دارای عدد اکسایش ۳- و کربن دیگری که به اکسیژن متصل است عدد اکسایش ۲- دارد.

- عبارت سوم درست است. فرمول مولکولی آن $C_{14}H_{14}O_3$ است.

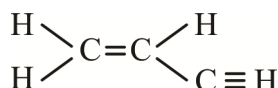
- عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا این ترکیب فقط یک گروه عاملی کربوکسیل دارد و برای واکنش تولید پلی استر مناسب نیست.

- عبارت پنجم درست است. پنج اتم کربن در این ترکیب به هیدروژن متصل نیستند. (یازدهم - فصل ۳)

۹۵. گزینه ۴ درست است.

بررسی مطالب:

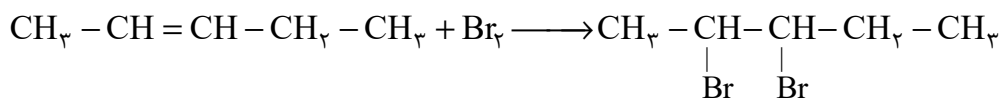
مطلب ۱ نادرست است؛ زیرا مونومر B دارای ۹ پیوند کووالانسی است.



مطلب ۲ نادرست است؛ زیرا مونومر سازنده پلیمر A، ۲- پنتن نام دارد.

مطلب ۳ نادرست است؛ زیرا پلی وینیل کلرید در ساخت کیسه خون و پلی پروپن در ساخت سرنگ کاربرد دارد.

مطلب ۴ درست است.



۲ و ۳- دی برموپنتان

(یازدهم - فصل ۳)

۹۶. گزینه ۱ درست است.

غلظت H^+ در محلول نیترو اسید 2×10^{-2} مولار است.

$$[H^+] = 10^{-1/2} = 3 \times 10^{-2}$$

$$4 \times 10^{-4} = \frac{2 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-2}}{[HNO_2]} \Rightarrow [HNO_2] = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

غلظت تعادلی فورمیک اسید برابر $0/2$ مولار است.

$$8 \times 10^{-5} = \frac{[H^+]^2}{0/2} \Rightarrow [H^+] = 0/004 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

غلظت آنیون هر محلول با غلظت H^+ برابر است:

$$2 \times 10^{-2} \frac{\text{mol NO}_2^-}{\text{L}} \times 1 \text{ L} \times \frac{46 \text{ g NO}_2^-}{1 \text{ mol NO}_2^-} = 0/92 \text{ g}$$

$$4 \times 10^{-3} \frac{\text{mol HCOO}^-}{\text{L}} \times 1 \text{ L} \times \frac{45 \text{ g HCOO}^-}{1 \text{ mol HCOO}^-} = 0/18 \text{ g}$$

$$= 0/92 - 0/18 = 0/74 \text{ g}$$

(دوازدهم - فصل ۱)

۹۷. گزینه ۴ درست است.

ابتدا غلظت دو محلول را به دست می آوریم:

$$8g HA \times \frac{1 \text{ mol } HA}{40g HA} \times \frac{1}{2L} = 0.1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$18g HB \times \frac{1 \text{ mol } HB}{72g HB} \times \frac{1}{2L} = 0.125 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

از آنجایی که pH دو محلول برابر است؛ پس اسید HA که غلظت کمتری دارد قوی تر است. عبارت (الف) درست است. رسانایی دو محلول برابر است؛ زیرا غلظت یون ها یکسان است و به دلیل آنکه HA اسید قوی تری است K_a بزرگ تری دارد.

عبارت (ب) نادرست است؛ زیرا نسبت درجه یونش HB به HA برابر است با:

$$\frac{\alpha_{HB}}{\alpha_{HA}} = \frac{M_{HA}}{M_{HB}} = \frac{0.1}{0.125} = \frac{4}{5} = 0.8$$

عبارت (پ) درست است. از آنجا که غلظت محلول HB بیشتر است، حجم گاز H_2 تولید شده از واکنش منیزیم با این فلز بیشتر است.

عبارت (ت) نادرست است؛ زیرا غلظت مولکول های یونیده نشده در محلول HB بیشتر است؛ زیرا اسید ضعیف تری است.

(دوازدهم - فصل ۱)

۹۸. گزینه ۲ درست است.

$$0.342g Ba(OH)_2 \times \frac{1 \text{ mol } Ba(OH)_2}{171g Ba(OH)_2} \times \frac{1}{2L} = 0.001 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[OH^-] = M \cdot n \cdot \alpha = 10^{-3} \times 2 \Rightarrow [H^+] = 5 \times 10^{-12} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$pH = -\log 5 \times 10^{-12} = 12 - 0.7 = 11.3$$

برای آنکه pH محلول آمونیاک با pH محلول باریوم هیدروکسید برابر شود، غلظت OH^- در آن باید 2×10^{-3} مولار شود.

$$[OH^-] = 2 \times 10^{-3} = M \times 0.001 \Rightarrow M = 2 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$2 \frac{\text{mol}}{L} \times \frac{17g NH_3}{1 \text{ mol}} \times 2L = 68g NH_3$$

(دوازدهم - فصل ۱)

۹۹. گزینه ۲ درست است.

بررسی مطالب:

مطلب ۱ نادرست است. شکل نمی تواند مربوط به سلول پتاسیم و روی باشد، زیرا در این صورت تغییر غلظت یون (K^+) باید دو برابر تغییر غلظت یون کاتد (Zn^{2+}) باشد.

مطلب ۲ درست است. شکل می تواند مربوط به سلول (منیزیم - نقره) باشد. اگر کروم جایگزین منیزیم شود به دلیل تغییر بار کاتیون شیب نمودارها تغییر می کند.

مطلب ۳ نادرست است؛ زیرا emf سلول گالوانی مس - نقره کمتر از یک ولت است.

$$emf = E^{\circ}_{\text{کاتد}} - E^{\circ}_{\text{آند}} = 0.8 - 0.34 = 0.46V$$

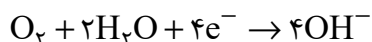
مطلب ۴ نادرست است؛ زیرا در سلول گالوانی کاتیون ها از طریق دیواره متخلخل به سمت کاتد و آنیون ها به سمت آند حرکت می کنند. (دوازدهم - فصل ۲)

۱۰۰. گزینه ۳ درست است.

بررسی عبارت ها:

عبارت ۱ درست است. شکل (۱) می تواند مربوط به حلی و شکل (۲) می تواند مربوط به آهن سفید باشد.

عبارت ۲ درست است. نیم واکنش کاهش در خوردگی به صورت زیر است:



عبارت ۳ نادرست است. محلول نمک‌های B را نمی‌توان در ظرفی از فلز C نگهداری کرد؛ زیرا قدرت کاهندگی C از B بیشتر است و با محلول نمک‌های آن واکنش می‌دهد.

عبارت ۴ درست است. قدرت کاهندگی A از B و C بیشتر است؛ پس اگر قطعه‌ای (تیغه‌ای) از A را در محلولی از نمک‌های C قرار دهیم واکنش انجام می‌شود و دمای محلول افزایش می‌یابد. (دوازدهم - فصل ۲)

۱۰۱. گزینه ۱ درست است.

جرم نقره به کار رفته در آبکاری برابر است با: $(Ag^+ + e^- \rightarrow Ag)$

$$509 - 500 = 9g$$

$$9g Ag \times \frac{1 \text{ mol } Ag}{108g Ag} \times \frac{1 \text{ mole } e^-}{1 \text{ mol } Ag} = \frac{1}{12} \text{ mole } e^-$$

در سلول سوختی متان $(CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O)$ به ازای ۲ مول اکسیژن ۸ مول الکترون از مدار عبور می‌کند.

$$\frac{1}{12} \text{ mole } e^- \times \frac{2 \text{ mol } O_2}{8 \text{ mole } e^-} \times \frac{22.4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{100}{80} = 0.58 \text{ LO}_2$$

۱۰۲. گزینه ۴ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (الف) درست است. مدل دریای الکترونی برخی خواص فیزیکی فلزات همچون رسانایی الکتریکی را توجیه می‌کند؛ اما قادر به توجیه رفتارهای شیمیایی نیست.

عبارت (ب) نادرست است؛ زیرا نقطه ذوب $CaCl_2$ از $CaBr_2$ بیشتر است.

عبارت (پ) نادرست است؛ زیرا در سیلیس هر اتم Si با چهار پیوند به چهار اکسیژن متصل است.

عبارت (ت) نادرست است؛ زیرا گرافن تک لایه‌ای از گرافیت است. (دوازدهم - فصل ۳)

۱۰۳. گزینه ۴ درست است.

مقایسه‌های (الف) و (پ) درست هستند.

عبارت (ب) نادرست است؛ زیرا شعاع Cl^- از شعاع O^{2-} بزرگ‌تر است.

عبارت (ت) نادرست است؛ زیرا آنتالپی فروپاشی AlF_3 از MgO بزرگ‌تر است. (دوازدهم - فصل ۳)

۱۰۴. گزینه ۲ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست است. با کاهش دما در تعادل‌های گرماده، واکنش در جهت رفت جابه‌جا شده و ثابت تعادل افزایش می‌یابد.

(۲) نادرست است؛ زیرا با افزایش حجم سامانه‌های تعادلی، غلظت همه گونه‌های گازی کاهش می‌یابد.

(۳) درست است. با افزودن O_2 به تعادل (II) واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و غلظت SO_2 کاهش و غلظت SO_3 افزایش می‌یابد.

(۴) درست است. تعادل I گرماگیر است و در آن مجموع آنتالپی پیوندهای واکنش‌دهنده از فرآورده بیشتر است.

(دوازدهم - فصل ۴)

۱۰۵. گزینه ۳ درست است.

A: پارازیلین B: ترفتالیک اسید C: اتن

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (الف) درست است. اتن و پارازیلین برخلاف ترفتالیک اسید به‌طور مستقیم از نفت خام به‌دست می‌آید.

عبارت (ب) نادرست است؛ زیرا استفاده از O_2 و کاتالیزگر به جای محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات از نظر بازدهی مناسب‌تر است.

عبارت (پ) درست است. در تبدیل اتن به اتیلن گلیکول عدد اکسایش اتم‌های کربن از ۲- به ۱- می‌رسد.

عبارت (ت) نادرست است؛ زیرا مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در پارازیلین (C_8H_{10}) برابر ۱۰- و مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در نفتالن $(C_{10}H_8)$ برابر ۸- است. (دوازدهم - فصل ۴)